

5. *Zur Theorie der Wärmestrahlung; von Max Planck.*

Seitdem die von mir entwickelte Theorie der Wärmestrahlung vor einigen Jahren zu einem gewissen Abschluß gekommen ist, sind über diesen Gegenstand verschiedene neue Untersuchungen erschienen, und es liegt mir daran, zu einigen derselben auch meinerseits einmal kurz das Wort zu nehmen. Im großen und ganzen muß man freilich sagen, daß ein wesentlicher Fortschritt für die Theorie in der Zwischenzeit nicht zu erzielen war und daß auch meine folgenden Ausführungen einen solchen nicht zu bringen vermögen. Indes halte ich es doch für nützlich, wie es von anderer Seite geschehen ist, so auch meinerseits wenigstens die Richtung des Weges anzudeuten, der nach meiner gegenwärtigen Anschauung die meiste Aussicht auf eine fruchtbare Weiterentwicklung der Theorie bietet, und die Resultate meiner Überlegungen am Schluß in einigen vorläufigen Thesen zusammenzufassen.

Den extremsten Standpunkt, nämlich einen absolut konservativen, nimmt in der Theorie der Wärmestrahlung J. H. Jeans¹⁾ ein. Er steht ganz auf dem Boden der aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung fließenden Hamiltonschen Differentialgleichungen für alle mechanischen und elektrodynamischen Vorgänge, und folgert aus ihnen und aus den anerkannten Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung, daß die Formel für die spektrale Intensität der Strahlung eines schwarzen Körpers lautet:

$$(1) \quad E_{\lambda} d\lambda = \frac{C T}{\lambda^4} d\lambda$$

(C konstant, T Temperatur, λ Wellenlänge), woraus sich ergibt, daß ein wirklich stabiler Strahlungszustand in einem absolut abgeschlossenen Raum überhaupt nicht möglich ist, da dieser Ausdruck, über λ von 0 bis ∞ integriert, gar keinen be-

1) J. H. Jeans, Phil. Mag. 18. p. 209. 1909.

stimmten Wert besitzt. Gibt man den Ausgangspunkt als gesichert zu, dann ist die Jeanssche Theorie wohl vollkommen einwandfrei. Sie ist daher auch unter allen bisher aufgestellten Strahlungstheorien als die einheitlichste und insofern befriedigendste zu bezeichnen.

Aber die Jeanssche Strahlungsformel widerspricht der Erfahrung. Dies scheint mir trotz aller Versuche von Jeans, den Widerspruch als nur scheinbar zu erklären und auf die mangelnde Realisierbarkeit undurchlässiger Wände zurückzuführen, so unzweifelhaft, daß es sich nicht verlohnt, hier auf diesen Punkt noch näher einzugehen. Ich brauche nur auf die bezüglichen Ausführungen von O. Lummer und E. Pringsheim¹⁾, sowie von H. A. Lorentz²⁾ zu verweisen, denen ich nichts Wesentliches hinzuzufügen wüßte.

Es ist also für mich und wohl für die meisten Physiker keine Frage, daß an den Voraussetzungen der Jeansschen Theorie und damit auch der gegenwärtigen auf die Elektronentheorie aufgebauten Elektrodynamik etwas geändert werden muß, und es besteht wohl ebenfalls unter allen Physikern Einstimmigkeit darüber, daß eine solche Änderung möglichst vorsichtig zu erfolgen hat, damit mit den verbesserungsfähigen Teilen der Theorie nicht zugleich unnötigerweise auch wertvolle, für die Zukunft unentbehrliche Stücke fortgeworfen werden, die dann später jedenfalls mit verdoppelter Mühe wieder herbeigeschafft werden müßten. In welcher Richtung diese Reform der Theorie sich zu bewegen hat, dafür enthält die durch die Erfahrung gelieferte Strahlungsformel schon einen deutlichen Fingerzeig; denn dieselbe hängt, wie sie auch lauten möge, sicherlich mindestens von *zwei* universellen Konstanten ab, während die Jeanssche Formel nur *eine* solche Konstante enthält. In der von mir entwickelten, bisher gut bestätigten Formel kommen zwei Konstanten vor, die ich mit k und h bezeichnet habe. Die erste: k findet sich auch in der Jeansschen Formel, sie ist identisch mit der sogenannten absoluten Gaskonstanten R , wenn dieselbe nicht auf Grammmoleküle, sondern auf wirkliche Moleküle bezogen wird. Aber

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Physik. Zeitschr. 9. p. 449. 1908.

2) H. A. Lorentz, Physik. Zeitschr. 9. p. 562. 1908; Nuovo Cimento XVI. Juli-August 1908.

die Konstante h , die ich als elementares Wirkungsquantum bezeichnet habe, ist der Jeansschen Theorie vollkommen fremd. Vielmehr geht die Jeanssche Formel aus der meinigen hervor, wenn man darin h unendlich klein setzt. Dieser Umstand scheint mir entschieden darauf hinzuweisen, daß gewisse elementare Strahlungsvorgänge, die in der Jeansschen Theorie als stetig vorausgesetzt werden, in Wirklichkeit unstetig verlaufen und daß daher nach dieser Seite hin die Verbesserung der Theorie einsetzen muß.¹⁾ Man braucht deshalb nach meiner Meinung das Prinzip der kleinsten Wirkung, das seine universelle Bedeutung so häufig bewährt hat, noch nicht aufzugeben, wohl aber die Allgemeingültigkeit der Hamiltonschen Differentialgleichungen; denn diese sind aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung abgeleitet unter der Voraussetzung, daß alle physikalischen Vorgänge auf solche Veränderungen zurückgeführt werden können, welche in der Zeit stetig verlaufen. Sobald nun die Strahlungsvorgänge den Hamiltonschen Differentialgleichungen nicht mehr gehorchen, ist der Jeansschen Theorie, welche mit jenen Differentialgleichungen steht und fällt, der Boden entzogen, seine Strahlungsformel ihrer allgemeinen Bedeutung entkleidet und damit der Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung beseitigt. Gegen die Allgemeingültigkeit der Hamiltonschen Differentialgleichungen und das mit ihnen eng verbundene Gesetz der „gleichmäßigen Energieverteilung“ sprechen übrigens auch Tatsachen aus der Gastheorie, z. B. die, daß für Quecksilberdampf das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen $c_p/c_v = \frac{5}{3}$ ist. Denn würde jedes in dem Quecksilberatom schwingende Elektron den nämlichen Energiebetrag für sich beanspruchen, wie das ganze Atom für seine fortschreitende Bewegung, so könnte unmöglich die dem Dampf von außen zugeführte Wärme allein der fortschreitenden Bewegung der Atome zugute kommen.

Nun fragt sich weiter, was man an die Stelle der Hamiltonschen Differentialgleichungen zu setzen hat. Da die Existenz der Konstante h zu der Erkenntnis einer Un-

1) Aus diesem Grunde kann auch die von W. Ritz, Physik. Zeitschr. 9. p. 903. 1908, vorgeschlagene Modifikation der Strahlungstheorie: die Einführung der retardierten Potentiale, nicht weiter führen; denn sie liefert keine neue universelle Konstante.

stetigkeit in den elementaren Strahlungsvorgängen führt, so ist einleuchtend, daß gerade diese Konstante eine wesentliche Rolle bei jenen Vorgängen spielen wird; aber das Wesen dieser Rolle kann noch sehr verschieden aufgefaßt werden.

Am radikalsten verfährt hier von den englischen Physikern J. J. Thomson, auch J. Larmor, von den deutschen Physikern A. Einstein und mit ihm J. Stark. Dieselben neigen zu der Ansicht, daß sogar die elektrodynamischen Vorgänge im reinen Vakuum, also auch die Lichtwellen, nicht stetig verlaufen, sondern nach diskreten Quanten von der Größe $h\nu$, den „Lichtquanten“, wobei ν die Schwingungszahl bedeutet. A. Einstein¹⁾ hat seinen Standpunkt in einer ausführlichen Untersuchung begründet, in welcher er namentlich den Nachweis zu erbringen sucht, daß die aus der statistischen Mechanik bekannten Gesetze der sogenannten Brownschen Molekularbewegungen, kombiniert mit der empirisch bestätigten zweikonstantigen Strahlungsformel, mit Notwendigkeit zur Verwerfung der Undulationstheorie des Lichtes und zur Annahme einer Korpuskulartheorie führen, in der die Lichtquanten $h\nu$ die unteilbaren Elemente vorstellen. Sein Gedankengang ist etwa der folgende: In einem auf konstanter gleichmäßiger Temperatur erhaltenen Hohlraum, in dem sich ein ideales Gas und die der Temperatur entsprechende stationäre schwarze Strahlung befindet, sei eine freibewegliche spiegelnde Platte vorhanden. Dieselbe führt, als Resultat der unregelmäßigen Anstöße der Gasmoleküle, dauernd die bekannte Brownsche Molekularbewegung aus. Würde nun die Wärmestrahlung den ganzen Raum mit vollkommen gleichmäßiger Intensität erfüllen, so würde diese Strahlung vermöge ihres Druckes auf die Platte fortwährend eine dämpfende Wirkung auf ihre Bewegungen ausüben, und es müßte, da die Bewegung eine dauernde ist, fortwährend mechanische Energie der Plattenbewegung bzw. der Molekularbewegungen in Energie der Wärmestrahlung umgewandelt werden, was den Bedingungen des stationären Zustandes widerspricht. Daraus folgt, daß der Strahlungsdruck auf den Spiegel nicht gleichmäßig ist, sondern gewissen Schwankungen unterliegt, welche der Platte eine Be-

1) A. Einstein, Physik. Zeitschr. 10. p. 185, 817. 1909.

wegung von derselben Art erteilen, wie die Stöße der Gas-moleküle. Einstein berechnet den Ausdruck für das mittlere Quadrat $\overline{A^2}$ der Bewegungsgröße, welche infolge der unregelmäßigen Schwankungen des Strahlungsdruckes auf die Platte übertragen wird, und findet ihn additiv zusammengesetzt aus zwei Gliedern, von denen das zweite durch die räumliche Strahlungsdichte ρ bestimmt ist, während das erste außerdem die universelle Strahlungskonstante h enthält. Diese interessante Betrachtung halte auch ich für durchaus zutreffend. Nun schließt aber Einstein weiter, daß nur das zweite jener beiden Glieder durch die Undulationstheorie des Lichtes erklärt werden könne, während für das erste, mit h behaftete, notwendig eine Korpuskulartheorie des Lichtes herangezogen werden müsse, welche die Lichtquanten $h\nu$ als unteilbare Elemente enthält.

Diesem Schluß liegt offenbar die Voraussetzung zugrunde, daß nach der Undulationstheorie der für die Strahlungsschwankungen charakteristische Mittelwert $\overline{A^2}$ für eine bestimmte Wellenlänge durch die mittlere Strahlungsdichte ρ der betreffenden Wellenlänge vollständig bestimmt sein müsse; doch vermag ich meinerseits nicht einzusehen, weshalb nicht auch nach der Undulationstheorie die Konstante h bei den Strahlungsschwankungen eine besondere Rolle spielen könnte. Die Dimensionalbetrachtung, auf die Einstein sich beruft, kann doch nur dann zum Ziele führen, wenn von vornherein feststeht, daß die Konstante h in den zu berechnenden Ausdruck nicht explizite eingeht. Da nun aber die mittlere Strahlungsdichte ρ selber von h abhängt, so können doch ebensogut auch die einzelnen Schwankungen der Strahlung von h abhängen. Dies anzunehmen liegt sogar nahe; denn nach der Maxwell'schen Wellentheorie des Lichtes sind die Eigenschaften der emittierten Strahlung direkt bedingt durch die Vorgänge in den Emissionszentren. Wenn daher die Schwingungen der emittierenden Teilchen bestimmten Schwankungen unterliegen, so werden diese Schwankungen sich auch in der Intensität des emittierten Lichtes äußern, und umgekehrt, wenn man in dieser Intensität Schwankungen feststellt, wird man auf entsprechende Schwankungen in den emittierenden Schwingungen schließen, gerade auf der Grund-

lage der Undulationstheorie. So gewiß bei der stationären schwarzen Strahlung der Mittelwert der Strahlungsdichte ρ für jede Schwingungszahl vollständig unabhängig ist von den speziellen Vorgängen in den Emissionszentren der Strahlung, ebenso sicher wird man annehmen müssen, daß für die Schwankungen um die stationären Werte jene Vorgänge von größtem Einfluß sind. Freilich muß man sich hüten, die Sätze der statistischen Mechanik ohne weiteres auf die hier betrachteten Vorgänge anzuwenden. Allein nachdem einmal die Unhaltbarkeit der Hamiltonschen Differentialgleichungen außer Zweifel gesetzt ist, versteht es sich von selbst, daß man die statistische Mechanik, welche doch auf den Hamiltonschen Gleichungen beruht, nicht zum Ausgangspunkt einer einwandfreien Strahlungstheorie machen darf.

Ebensowenig wie den Deduktionen von A. Einstein kann ich den Versuchen von J. Stark ¹⁾ an Röntgenstrahlen einstweilen zwingende Beweiskraft zugunsten einer Korpuskulartheorie des Lichtes zuerkennen. Dazu müßte doch vor allem sowohl bezüglich der Natur der Röntgenstrahlen als auch bezüglich der Einzelvorgänge bei ihrer Erzeugung viel mehr sichere Kenntnis herrschen als bis jetzt noch der Fall ist. Insbesondere ist hervorzuheben, daß auch nach der Wellentheorie der Röntgenstrahlen die Strahlung keineswegs, wie Stark angenommen hat, in allen Emissionsrichtungen von gleich großer Intensität und gleicher Frequenz ist; das hängt im einzelnen ganz von der Art der Bremsung der Elektronen ab. Denn die gesamte elektromagnetische Bewegungsgröße der Röntgenstrahlen ist nach der Wellentheorie durchaus nicht gleich Null, sondern gleich der Abnahme der gesamten Bewegungsgröße der die Röntgenstrahlen erzeugenden Elektronen.²⁾

Aber auch abgesehen von diesen Erwägungen scheint mir, daß gegenüber der Korpuskulartheorie des Lichtes die größte Vorsicht geboten ist. Denn wenn man an der elektromagnetischen Natur des Lichtes festhalten will, was die Vertreter der Korpuskulartheorie doch wohl tun, so zeigt diese Theorie, auch bei der wohlwollendsten Beurteilung, gleich von vorn-

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 10. p. 902. 1909; 11. p. 25. 1910.

2) Vgl. hierzu auch A. Sommerfeld, Physik. Zeitschr. 10. p. 969. 1909.

herein ganz bedenkliche Schwächen. Wie soll man sich z. B. ein elektrostatisches Feld denken? Für dieses ist die Schwingungszahl $\nu = 0$, also müßte die Energie des Feldes doch wohl bestehen aus unendlich vielen Energiequanten vom Betrage *Null*. Ist denn da überhaupt noch eine endliche, bestimmt gerichtete Feldstärke definierbar? Es bliebe wohl als einziger Ausweg nur übrig, zwischen statischen bzw. quasi-stationären und dynamischen Feldern prinzipiell zu unterscheiden, und so die durch die Maxwellsche Theorie so glücklich überwundene Schranke zwischen Elektrostatik und Elektrodynamik wieder von neuem aufzurichten, was einem Verzicht auf die wichtigsten Erfolge der großen Hertzschen Entdeckungen gleichkäme. Aber noch mehr: die Theorie des Lichtes würde nicht um Jahrzehnte, sondern um Jahrhunderte zurückgeworfen, bis in die Zeit, da Christian Huygens seinen Kampf gegen die übermächtige Newtonsche Emissionstheorie wagte. Wie hartnäckig derselbe geführt wurde, und wie später die endlich siegreiche Huygenssche Theorie mit der Maxwell-Hertzschen Elektrodynamik restlos verschmolzen wurde, ist bekannt. Und alle diese Errungenschaften, die zu den stolzesten Erfolgen der Physik, ja der Naturforschung überhaupt gehören, sollen preisgegeben werden um einiger noch recht anfechtbarer Betrachtungen willen? Da bedarf es denn doch noch schwereren Geschützes, um das nachgerade sehr stark fundierte Gebäude der elektromagnetischen Lichttheorie ins Wanken zu bringen.

Viel lohnender erscheint mir die Aufgabe, alles daran zu setzen, um eine Modifikation der Theorie ausfindig zu machen, welche den neuen Tatsachen gerecht wird, ohne ihre wertvollsten Bestandteile zu opfern, und da bietet die von mir entwickelte Strahlungstheorie nach meiner Meinung immer noch die günstigste Aussicht auf eine fruchtbare Weiterentwicklung. Sie zerfällt in zwei scharf getrennte Teile: die elektrodynamische Theorie der elementaren Oszillatoren, und die statistische Theorie dieser Oszillatoren. Die elektrodynamische Theorie behandelt die Wechselwirkung zwischen einem Oszillator mit einer bestimmten Eigenfrequenz und der Strahlung im umgebenden elektromagnetischen Felde, sie führt zu dem Resultat, daß im stationären Zustand die mittlere

Schwingungsenergie U des Oszillators mit der spezifischen Intensität \mathfrak{R}_ν eines geradlinig polarisierten Strahles von der entsprechenden Schwingungszahl ν zusammenhängt durch die Beziehung

$$(2) \quad \mathfrak{R}_\nu = \frac{\nu^2}{c^2} U$$

Die statistische Theorie dagegen behandelt die Wechselwirkungen zwischen den Oszillatoren mit verschiedenen Eigenfrequenzen, sie gipfelt in der Schlußfolgerung, daß im statistischen Gleichgewicht die mittlere Energie eines Oszillators von der Schwingungszahl ν :

$$(3) \quad U = \frac{h \nu}{e^{\frac{h \nu}{k T}} - 1}.$$

Beide Gleichungen zusammengenommen ergeben durch Elimination von U die Energieverteilung im Normalspektrum der schwarzen Strahlung.

Soweit mir bekannt, ist weder gegen die elektrodynamische Theorie an sich, noch gegen die statistischen Betrachtungen an sich ein ernstlicher Einwand erhoben worden. Das ist auch ganz erklärlich; denn die elektrodynamische Theorie gründet sich nur auf die Maxwell-Hertz'sche Elektrodynamik, zusammen mit der Annahme, daß das Mitschwingen eines Oszillators durch eine einfache lineare Differentialgleichung geregelt wird; ich habe diese Gleichung sogar der Sicherheit halber seinerzeit ganz unabhängig von der Elektronentheorie entwickelt. Die statistische Theorie andererseits besteht in der Kombination der Boltzmann'schen Definition der Entropie mit einigen elementaren Sätzen der Wahrscheinlichkeitslehre.¹⁾ Dagegen bezieht sich ein Bedenken, und zwar ein prinzipielles, auf die Verträglichkeit der beiden Theorien miteinander, nämlich auf den Umstand, daß die Energie U eines Oszillators in der elektrodynamischen Theorie als eine stetig veränderliche

1) Vgl. hierzu die etwas verallgemeinerte Darstellung von J. Larmor (Proc. of Roy. Soc. A. 83. p. 82. 1909), der mit Recht betont, daß in der Strahlungstheorie nicht Energieelemente, sondern Wirkungselemente h (elements of disturbance) die Gebiete gleicher Wahrscheinlichkeit charakterisieren.

Größe, in der statistischen dagegen als ein ganzes Vielfaches von $h\nu$ behandelt wird.¹⁾ Dieser Punkt bildet die eigentliche Schwierigkeit meiner Theorie. Er allein bedarf im folgenden der Besprechung.

Zunächst scheint mir sicher zu sein, daß man mit der Annahme der allgemeinen Stetigkeit von U nicht durchkommt. Denn wollte man die Energie der Oszillatoren als durchaus stetig behandeln, d. h. h unendlich klein annehmen, so käme man unweigerlich zur Jeans'schen Strahlungsformel. Davon war ich überzeugt, schon lange bevor Jeans den strengen Beweis dafür lieferte; ist doch schon vor zehn Jahren Lord Rayleigh auf die nämliche Formel (1) geführt worden.

Es wird nichts anderes übrig bleiben, als die elektrodynamische Theorie der Oszillatoren so zu modifizieren, daß sie der Unstetigkeit von U Rechnung trägt, was vielleicht darauf hinauskäme, die eine für das Mitschwingen eines Oszillators angenommene Differentialgleichung zu ersetzen durch eine endliche Anzahl von Gleichungen, gültig für eine diskrete Anzahl von Zeitpunkten, die sich etwa auf die (plötzlichen) Erregungen des Oszillators beziehen. Ich habe, gerade im Hinblick auf diese Schwierigkeit, die Möglichkeit einer solchen Modifikation schon in einer Fußnote meiner Vorlesungen über Wärmestrahlung angedeutet.²⁾ Ihre physikalische Bedeutung bestünde in der Einführung einer Art Reizschwelle für das Ansprechen eines Oszillators. Von vornherein steht jedenfalls nichts im Wege, dem elementaren Oszillator solche Eigenschaften beizulegen, die, ohne einen Widerspruch in sich zu enthalten, zu erfahrungsmäßig gut bestätigten Folgerungen führen.

Aber würde durch diese Modifikation nicht das Hauptresultat der bisherigen elektrodynamischen Theorie: die Gleichung (2) umgestoßen? Das braucht keineswegs der Fall zu sein. Denn die Größen \mathfrak{R} und U , welche diese Gleichung enthält, sind als zeitliche Mittelwerte definiert, erstreckt über eine ungeheuer große Anzahl von Schwingungsperioden des Oszillators, und es wäre in der theoretischen Physik nicht das

1) A. Einstein, l. c.; W. Wien, Encykl. d. math. Wiss. 5, 3. p. 282.

2) Leipzig, J. A. Barth, p. 108, § 109.

erstemal, daß für die Mittelwerte unstetiger Größen die richtigen Werte erhalten werden, wenn man statt ihrer wirklichen Werte gewisse angenäherte stetig veränderliche Werte in die Rechnung einsetzt.

Ohne mich allzusehr auf Einzelheiten festzulegen, möchte ich doch folgendes bemerken: in der Hydrodynamik und in der Elastizitätstheorie wird fast immer die Materie als kontinuierlich im Raume angeordnet vorausgesetzt, und niemand findet in den Betrachtungen, die sich auf die stetige Veränderlichkeit der Dichte, der Deformation und anderer Eigenschaften, im Raume beziehen, einen Widerspruch gegen die allgemein anerkannte atomistische Struktur der Körper. Wäre die Atomistik nicht schon durch die Chemie eingeführt worden, so würde der Versuch, allein auf Grund der irreversiblen Vorgänge der Reibung, der Wärmeleitung usw. auf die atomistische Struktur der Materie zu schließen, vielleicht ähnlichen Schwierigkeiten begegnen, wie jetzt der Versuch, auf Grund der irreversiblen Strahlungsvorgänge auf diskrete Energiequanten in den schwingenden Elementaroszillatoren zu schließen. Ich bin mir wohl bewußt, daß die herangezogene Analogie keineswegs eine vollständige ist, aber sie dürfte kaum ganz abzuweisen sein. Denn ebenso wie trotz der Durchführung der Atomistik in der Physik die Differentialgleichungen der Hydrodynamik bestehen bleiben können, sobald es sich um Vorgänge handelt, die sich in größeren Dimensionen abspielen, ebenso werden vielleicht auch die von mir aufgestellten Differentialgleichungen für die Oszillatorschwingungen aufrecht erhalten bleiben können, wenn nur die Mittelwerte der Energie U und der Intensität \mathcal{R} für größere Zeiten zu berechnen sind. Daß der Zusammenhang von U und \mathcal{R} in meiner Theorie ganz unabhängig gefunden wird von der Dämpfungskonstante σ eines Oszillators, spricht schon dafür, daß man es hier mit einer allgemeineren, vom näheren Detail der Schwingungsvorgänge unabhängigen Beziehung zu tun hat.

Mit der Einführung der zeitlichen Unstetigkeit nähere ich mich den Anschauungen von A. Einstein, J. Stark, J. J. Thomson, J. Larmor u. a.; doch bleibt der wesentliche Unterschied bestehen, daß ich bis auf weiteres an der strengen Gültigkeit der Maxwell-Hertzschen Differentialgleichungen

für den leeren Raum festhalte, welche die Existenz diskreter Energiequanta im Vakuum selbstverständlich ausschließen.

Zusammenfassung der entwickelten Thesen.

1. Die Strahlungstheorie von J. H. Jeans ist nach dem bisherigen Stande der physikalischen Theorien die befriedigendste; sie ist aber zu verwerfen, weil sie zu einem Widerspruch mit der Erfahrung führt.

2. Um Übereinstimmung mit der Erfahrung herzustellen, ist eine neue Hypothese notwendig, welche bei den elementaren Strahlungsvorgängen gewisse diskrete Quanten vom Betrage $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ erg. sec in irgend einer Weise wirksam voraussetzt.

3. Bei der Einführung der Wirkungsquanten h in die Theorie ist so konservativ als möglich zu verfahren, d. h. es sind an der bisherigen Theorie nur solche Änderungen zu treffen, die sich als absolut notwendig herausgestellt haben.

4. Mit Rücksicht auf den vorhergehenden Satz erscheint es einstweilen nicht notwendig, für die elektrodynamischen Vorgänge im reinen Vakuum eine Änderung an den Maxwell-Hertzschen Gleichungen vorzunehmen.

5. Dagegen erscheint es wohl notwendig, die Energie eines elementaren Oszillators von der Schwingungszahl ν nicht durchaus als stetig veränderlich, sondern, wenigstens im Augenblick seiner Erregung, als ganzes Vielfaches von $h\nu$ anzunehmen. Damit ist die Gültigkeit der Hamiltonschen Differentialgleichungen für die Schwingungen eines Oszillators aufgehoben, und die aus ihnen entspringenden Sätze der statistischen Mechanik, insbesondere auch der Satz der gleichmäßigen Energieverteilung, verlieren ihre Anwendbarkeit.

6. Für den Zusammenhang der mittleren Energie eines Oszillators mit der mittleren Strahlungsintensität der entsprechenden Periode ergibt sich der richtige Ausdruck, wenn man so rechnet, als ob die Energie des Oszillators stetig veränderlich wäre.

(Eingegangen 18. Januar 1910.)
